Technická univerzita v Liberci

Fakulta mechatroniky a mezioborových inženýrských studií

Vytvoření softwaru zajišťující zjištění parametrů neexponenciálních rozdělení

Software for parameters of nonexponential distributions

Bakalářská práce

Pavel Tregl

2008/09

Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 o právu autorském, zejména § 60 (školní dílo).

Beru na vědomí, že TUL má právo na uzavření licenční smlouvy o užití mé bakalářské práce, a prohlašuji, že **s o u h l a s í m** s případným užitím mého bakalářského projektu (prodej, zapůjčení apod.).

Jsem si vědom toho, že užít svoji bakalářskou práci či poskytnout licenci k jeho využití mohu jen se souhlasem TUL, která má právo ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů vynaložených univerzitou na vytvoření díla (až do jejich skutečné výše).

Bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím bakalářské práce a konzultantem.

Datum

Podpis

Abstrakt

Cílem mé práce je sestavit program pro stanovení parametrů exponenciálního a Weibullova rozdělení. Jsou zde zpracované statistické metody pro exponenciální a Weibullovo rozdělení, které jsou využity pro určení bodových odhadů parametrů a konfidenčních intervalů bezporuchovosti. Vstupem k výpočtu těchto ukazatelů jsou doby do poruchy jednotlivých prvků, počet sledovaných objektů a celkový sledovaný čas. Pomocí těchto dvou rozdělení jsme schopni sestavit statistický model životnosti objektu, kde exponenciální se použije pro popsání doby do poruchy komponent, u kterých je intenzita poruch konstantní. Naopak Weibullovo rozdělení se použije v době záběhu objektu a jeho dožívání. Za pomoci určeného rozdělení a vypočtených parametrů je pak možné vypočíst pravděpodobnost, s jakou se nám prvek v námi zvoleném čase porouchá či neporouchá. Toho se využije ve spoustě podniků, které se podle těchto výsledků mohou rozhodnout, jak dlouho určitý objekt používat nebo je častěji kontrolovat a předejít tak ztrátám, způsobených nefunkčností součástí.

Tyto zpracované metody je možno použít kdykoliv, kdy je náhodný výběr podroben zkoušce dob do poruchy pro určení odhadů parametrů bezporuchovosti.

Klíčová slova: Weibullovo rozdělení, exponenciální rozdělení, bodové odhady, censorování dat

Abstract

The objective of this bachelor thesis is to develop a program for determination of exponential and Weibull distribution. There are processed statistical methods for exponential and Weibull distributions which are used to determine point estimates of reliability parameters and confidence intervals. Inputs to the calculation of these parameters are as follows: time to failure of individual elements, number of monitored objects and the overall follow-up time. With these two distributions we are able to compile a statistical model of object's lifetime. The exponential distribution describes the time to failure of components where the intensity of failures is constant. On the contrary, the Weibull distribution is used at the time of object's introduction and at the end of its lifetime. With the help of the selected distribution and calculated parameters we are able to calculate the probability of element's breaking in our chosen time period. This method might be used in many companies. According to these results they may decide how long they should use particular objects, control them more often and so prevent losses caused by parts malfunction.

These processed methods can be used whenever a random selection is tested on time to failure to determine the estimated reliability parameters.

Key words: Weibull distribution, exponential distribution, point estimates, censoring of dates

Chtěl bych poděkovat svému vedoucímu bakalářské práce Ing. Josefu Chudobovi za podporu, konzultace a případné připomínky při vypracovávání své bakalářské práce. Dále bych poděkoval rodičům za podporu, umožnění studií a vypracování bakalářské práce.

Obsah

Seznam zkratek

μ	střední hodnota náhodné proměnné exponenciálního rozdělení
λ	intenzita poruch exponenciálního rozdělení
c	parametr posunutí počátku rozdělení
α	parametr měřítka Weibullova rozdělení
β	parametr tvaru Weibullova rozdělení
X	náhodná veličina
$f(x)$	hustota pravděpodobnosti
$F(x)$	distribuční funkce
$h(x)$	intenzita poruch
$R(x)$	funkce spolehlivosti
$E(X)$	střední hodnota náhodné veličiny
$D(X)$	rozptyl náhodné veličiny
t	čas
T	délka zkoušky
T^*	kumulovaná doba
n	počet prvků
r	počet poruch
$F(i,n)$	kumulativní pravděpodobnost v logaritmickém měřítku
χ^2	rozdělení chí-kvadrát
m	počet intervalů
E	očekávaný počet poruch v každém intervalu
v	počet stupňů volnosti
O_i	skutečný počet poruch v intervalu i
l_i	pomocná veličina při testování Weibullova rozdělení
H	testová veličina při testování Weibullova rozdělení
F_γ	F-test
$\hat{\lambda}$	bodový odhad intenzity poruch
L	věrohodnostní funkce

Seznam obrázků, tabulek a grafů

1 Úvod

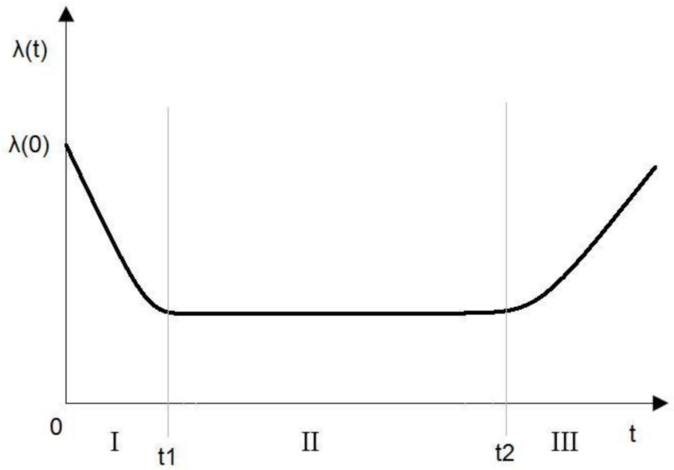
Tato práce se zabývá vyhodnocením a získáním bodových odhadů a konfidenčních intervalů parametrů pro exponenciální a Weibullovo rozdělení v teorii spolehlivosti. Tyto bodové odhady se vypočítávají pomocí metod popsaných v kapitole 8. Pro určení je potřebné mít k dispozici výběr dat s dobami do poruchy používaných prvků, získaných z praxe. Tyto bodové odhady společně se zjištěným rozdělením nám poté umožňují určit pravděpodobnost poruchy používaných prvků. Exponenciální rozdělení se používá pro období, kdy je téměř konstantní intenzita poruch, tedy v době, kdy je daný prvek již zaběhlý a neprobíhají v něm degradační procesy. Naopak Weibullovo rozdělení je možné použít v kterémkoli období (tedy i v období záběhu či degradace). Průběh intenzity poruch nám popisuje vanová křivka, která je podrobněji uvedena v kapitole 2.

Vytvořený program, uvedený v kapitole 10, který je výsledkem této práce, vyhodnocuje ze vstupních dat použitelné rozdělení a počítá jeho parametry. Zohledňuje také censorování dat, zda se jedná o měřená data ukončená poruchou (censorování II. typu) či časem (censorování I. typu). Takovýto program je užitečný pro mnoho firem, které se potřebují rozhodnout, po jaké době využité přístroje vyměňovat nebo je častěji kontrolovat.

Popisované metody se mohou použít vždy, kdy je nějaký náhodný výběr dat podroben zkoušce do poruchy, aby se určily odhady parametrů bezporuchovosti.

2 Vanová křivka

Vanová křivka popisuje okamžitou intenzitu poruch $\lambda(t)$ objektu v závislosti na jeho době života. Z praxe je patrné, že spolehlivost objektu je odlišná v různých obdobích jeho života. Průběh této křivky je zobrazen na obrázku 1. a můžeme jej rozdělit na tři období.



Obr. 1. Průběh vanové křivky

Období I. = období časných poruch = doba záběhu (*interval* $< 0, t_1 >$)[1]

Okamžitá intenzita poruch klesá. Vyšší intenzita poruch na začátku je způsobena především chybami ve výrobě a montáži objektů. Tyto vlivy se pak většinou po uvedení do provozu projeví poruchou. Po projevení vlivu však intenzita poruch klesá.

Období II. = období konstantní intenzity = doba provozu (interval $<t_1,t_2>$)[1]

Intenzita poruch je v tomto období přibližně konstantní. Poruchy na objektech jsou způsobovány spíše náhodným opotřebením nebo náhodnou poruchou.

Období III. = období dožívání = doba doběhu (interval $< t_2, \infty >$)[1]

Intenzita poruch roste, je to způsobeno stárnutím objektu, opotřebením.

U mnoha objektů nelze obvykle první období zaznamenat (výrobek je důkladně zkontrolován a otestován již od výrobce, nebo je prvek zálohován) nebo třetí období (výrobek je vyřazen, než začne stárnout).

[1] Okamžiky t1 a t2 nejsou přesně definované

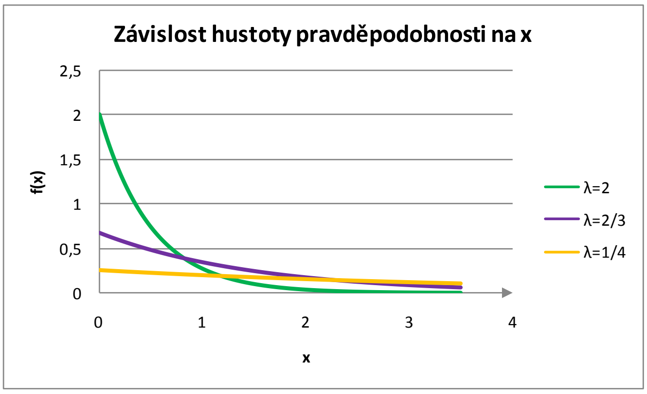
3 Exponenciální rozdělení

3.1 Teorie

[7, 8]

Jedná se o jedno, resp. dvou-parametrické rozdělení s vektorem parametrů *Θ = (μ, c)*. Náhodná veličina *X* má exponenciální rozdělení s parametry *μ* a *c*, jestliže hustota pravděpodobnosti, která určuje rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny *X*, je dána vztahem:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{\mu} . e^{-\frac{x-c}{\mu}}} \qquad \textbf{(1)}$$

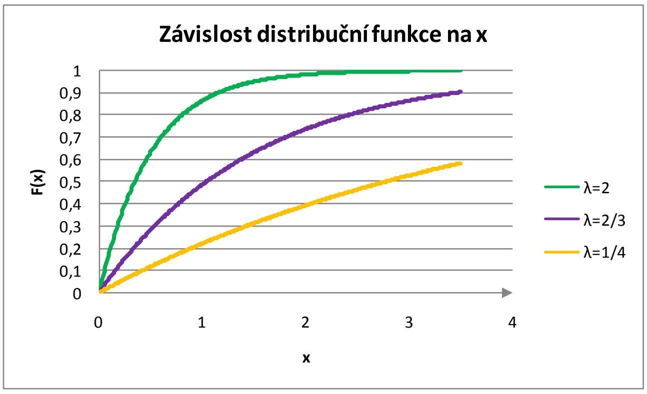


Graf 1. Hustota pravděpodobnosti exponenciálního rozdělení

kde: *μ* - střední hodnota náhodné proměnné (pokud je $c = 0$, pokud je $c \neq 0$ je střední hodnota *μ+c*), *c* - parametr posunutí počátku rozdělení Definiční obor: $x \geq c$; $\mu > 0$; $c \geq 0$.

Pro distribuční funkci exponenciálního rozdělení, která vyjadřuje pravděpodobnost, že náhodná funkce nabude hodnoty menší než nebo rovné *x*, platí vztah:

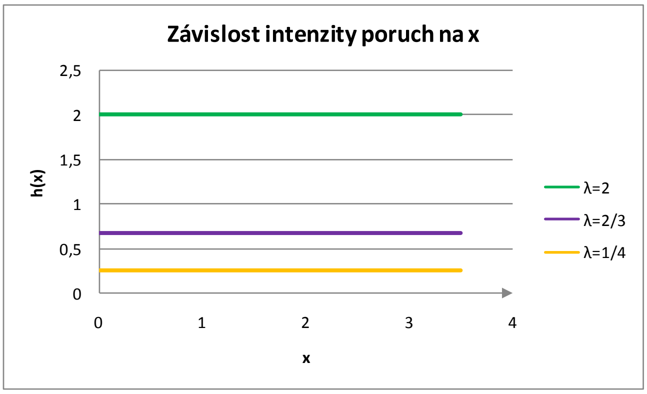
$$\boldsymbol{F(x) = 1 - e^{-\frac{x-c}{\mu}}} \qquad \textbf{(2)}$$



Graf 2. Distribuční funkce exponenciálního rozdělení

V praxi se častěji pracuje pouze s jedno-parametrickou podobou tohoto rozdělení, kdy *c=0* a místo střední hodnoty je jako parametr rozdělení používána intenzita náhodné proměnné, která je v případě exponenciálního rozdělení konstantní. Pokud jsou sledovanými náhodnými jevy poruchy, hovoříme o intenzitě poruch, kterou označujeme symbolem λ:

$$\boldsymbol{h(x) = \lambda = \frac{1}{\mu}} \qquad \textbf{(3)}$$



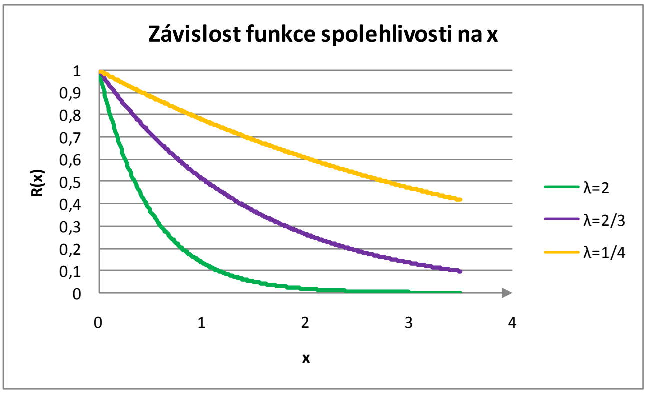
Graf 3. Intenzita poruch exponenciálního rozdělení

Hustota pravděpodobnosti je potom dána vztahem: $\boldsymbol{f(x) = \lambda . e^{-\lambda x}}$ **(4)**

a distribuční funkce vztahem: $\boldsymbol{F(x) = 1 - e^{-\lambda x}}$ **(5)**

Případně je možné použít pro přibližný výpočet, pokud je $\lambda . x \ll 1$, tento zjednodušený vztah: $\boldsymbol{F(x) = \lambda . x}$ **(6)**

Funkce spolehlivosti, je poté dána vztahem: $\boldsymbol{R(x) = 1 - F(x) = e^{-\lambda x}}$ **(7)**



Graf 4. Funkce spolehlivosti exponenciálního rozdělení

Střední hodnota má se určí vztahem: $$\boldsymbol{E(X) = \frac{1}{\lambda}} \quad \textbf{(8)}$$

Rozptyl poté: $$\boldsymbol{D(X) = E^2(x) = \frac{1}{\lambda^2}} \quad \textbf{(9)}$$

3.2 Použití exponenciálního rozdělení

[7, 8]

Jelikož je intenzita poruch konstantní, nezávisí pravděpodobnost vzniku poruchy v intervalu délky *t* na čase, po kterém je zařízení v provozu. To je splněno v druhém období vanové křivky, proto může exponenciální rozdělení modelovat pouze průběh v tomto období.

Exponenciální rozdělení se využívá ve spolehlivosti, v teorii hromadné obsluhy, v teorii obnovy atd. Využije se pouze v období, kde se neprojevují faktory opotřebení, stárnutí apod.

Konstantní intenzita poruch se předpokládá u vysoce spolehlivých systémů. Používá se pro popis elektrických zařízení a trvale nenamáhaných strojních zařízení.

4 Weibullovo rozdělení

4.1 Teorie

[7, 8]

Jedná se o rozdělení dvou, resp. tří parametrické s vektorem parametrů *Θ = (α, β)*, resp. *Θ = (α, β, c)*. Náhodná veličina *X* má Weibullovo rozdělení s parametry *α*, *β* a *c* jestliže hustota pravděpodobnosti je dána vztahem:

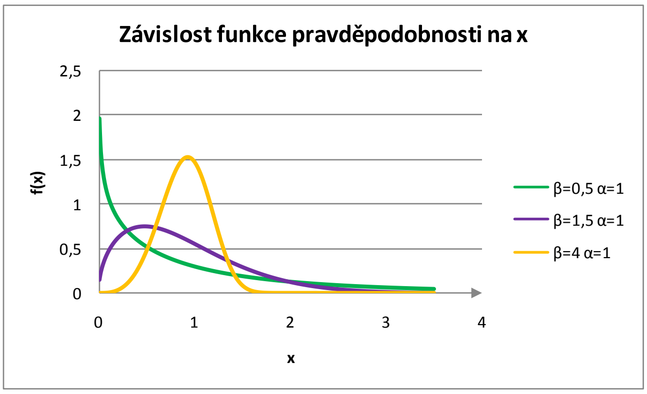
$$\boldsymbol{f(x) = \frac{\beta . x^{\beta-1}}{\alpha^{\beta}} . e^{-\left(\frac{x-c}{\alpha}\right)^{\beta}}} \qquad \textbf{(10)}$$

α - parametr měřítka rozdělení

β - parametr tvaru rozdělení

c - parametr posunutí počátku rozdělení, v praxi se nejčastěji používá *c = 0*

Definiční obor veličin: *x ≥ 0*; *α > 0*; *β > 0*; *c ≥ 0*;



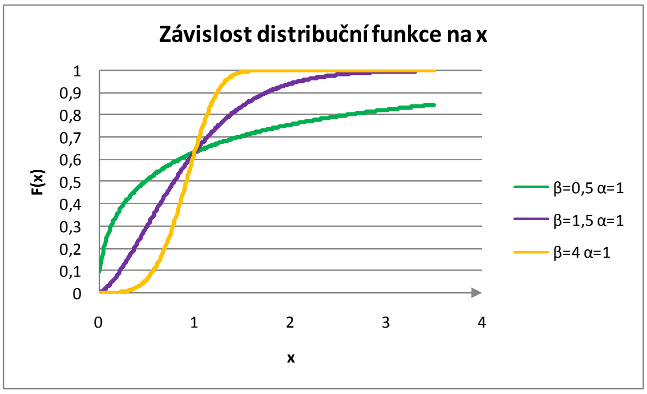
Graf 5. Hustota pravděpodobnosti Weibullova rozdělení

Pro distribuční funkci Weibullova rozdělení platí:

$$\boldsymbol{F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-c}{\alpha}\right)^{\beta}}} \qquad \textbf{(11)}$$

V praxi se nejčastěji pracuje s dvou-parametrickým rozdělením, kdy *c = 0*, poněvadž parametr c udává pouze posunutí počátku souřadnic. Pro distribuční funkci potom platí:

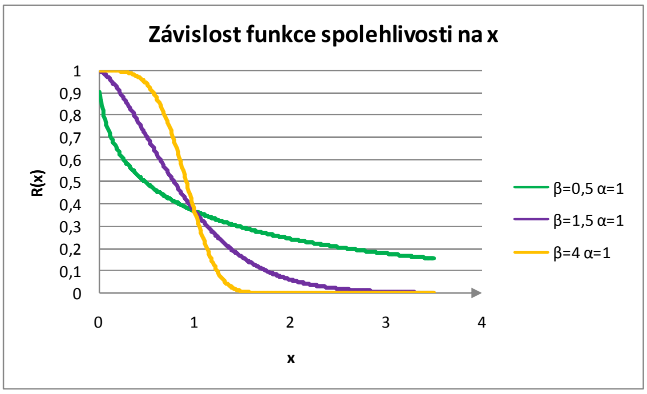
$$\boldsymbol{F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}}} \qquad \textbf{(12)}$$



Graf 6. Distribuční funkce Weibullova rozdělení

Funkci spolehlivosti lze pro Weibullovo dvou parametrické rozdělení vyjádřit vztahem:

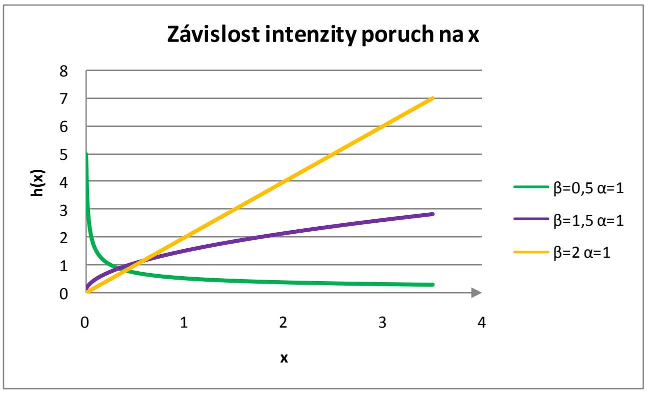
$$\boldsymbol{R(x) = e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}}} \qquad \textbf{(13)}$$



Graf 7. Funkce spolehlivosti Weibullova rozdělení

a intenzitu jevu vztahem:

$$\boldsymbol{h(x) = \frac{\beta}{\alpha} . \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1}} \qquad \textbf{(14)}$$



Graf 8. Intenzita poruch Weibullova rozdělení

Střední hodnota Weibullova rozdělení je funkcí parametrů rozdělení a vypočte se ze vztahu: $$\boldsymbol{E(X) = \alpha . \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} \qquad \textbf{(15)}$$

kde symbol *Γ* značí hodnotu „Gama funkce“ příslušného argumentu. Tato funkce je tabelovaná.

Rozptyl: $$\boldsymbol{D(X) = \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right] . \alpha^2} \qquad \textbf{(16)}$$

Funkce hustoty pravděpodobnosti a tedy i křivka funkce hustoty pravděpodobnosti Weibullova rozdělení závisí na třech parametrech: parametru tvaru, parametru měřítka a parametru posunutí počátku.

Parametr tvaru β [10] (parametr sklonu) nabývá typicky hodnoty mezi 0.5 a 8.0 ovlivňuje tvar (průběh) funkce hustoty pravděpodobnosti. Weibullovo rozdělení může v závislosti na hodnotě parametru tvaru aproximovat i jiná užitečná rozdělení:

- $\beta=1$ Weibullovo rozdělení je identické k exponenciálnímu rozdělení,
- $\beta=2$ Weibullovo rozdělení je identické k Rayleighovu rozdělení,
- $\beta=2.5$ Weibullovo rozdělení aproximuje lognormální rozdělení,
- $\beta=3.6$ Weibullovo rozdělení aproximuje normální rozdělení.

Vzhledem k této flexibilitě, existuje mnoho empiricky zjištěných intenzit poruch, které mohou být přesně modelovány Weibullovým rozdělením. Některé příklady: čas do poruchy elektronických součástek, čas do poruchy objektů, které jsou opotřebeny, systémy u nichž porucha nastane při poruše nejslabší komponenty systému.

Parametr měřítka α [10] (charakteristický život) mění měřítko na časové ose, například hodiny, měsíce, cykly, atd. Změna tohoto parametru má totiž stejný efekt na rozdělení jako změna v měřítku času. Zjednodušeně lze říci, že parametr měřítka určuje "roztažení" rozdělení. Změna tohoto parametru nezpůsobí skutečnou změnu aktuálního tvaru rozdělení, ale jen změnu v měřítku. Parametr měřítka udává dobu (tj. např. počet hodin/cyklů), při kterých došlo k poruše u 63,2 procenta výrobků. Parametr měřítka bývá proto někdy nazýván Weibullovým charakteristickým životem => bez ohledu na aktuální tvar rozdělení 63.2% populace se porouchá v čase $t = \alpha + c$ (je to čas měřený od $t=c$).

Parametr umístění c [10] (prahový parametr, parametr polohy) udává minimální hodnotu náhodné veličiny t (tj. minimální dobu, po jejíž uplynutí může nastat porucha). Parametr umístění tak lze interpretovat jako nejdříve možný čas, po jehož uplynutí může nastat porucha. Označení prahový parametr zdůrazňuje nastavení tohoto parametru na minimální čas, v němž může nastat první sledovaná událost (porucha). Je-li parametr umístění roven nule, přechází tzv. tří-parametrové Weibullovo rozdělení v tzv. rozdělení dvou-parametrové.

4.2 Typy Weibullova rozdělení

[10]

Weibullovo tří-parametrové rozdělení se v mnoha případech zobecňuje v rozdělení dvou-parametrové či jedno-parametrové rozdělení. Lze tak rozlišit tři typy Weibullova rozdělení: (a) rozdělení tří-parametrové, (b) rozdělení dvou-parametrové, (c) rozdělení jedno-parametrové.

Tří-parametrové rozdělení je reprezentováno parametrem tvaru (β), parametrem měřítka (α) a parametrem umístění (c), viz. vzorec 10.

Dvou-parametrové rozdělení je zobecněním rozdělení tří-parametrového (tj. případ, kdy parametr umístění c je roven nule). Hustota pravděpodobnosti dvou-parametrového Weibullova rozdělení je dána vztahem:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{\beta . x^{\beta-1}}{\alpha^{\beta}} . e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}}} \qquad \textbf{(17)}$$

Jedno-parametrové rozdělení je speciálním případem tří-parametrového Weibullova rozdělení, pro které je parametr umístění c roven nule a pro které je parametr tvaru β, který je znám z předchozí zkušenosti, konstantou β=C. Hustota pravděpodobnosti jedno-parametrového Weibullova rozdělení je dána vztahem:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{C . x^{C-1}}{\alpha^{C}} . e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{C}}} \qquad \textbf{(18)}$$

4.3 Použití Weibullova rozdělení

[7, 8]

Weibullovo rozdělení popisuje mnoho praktických případů výskytu jevů v mnoha technických oborech. Weibullovo rozdělení nachází aplikace například v modelování dob oprav elektrických zařízení (výrobní i přenosová zařízení), v modelování dob do průrazu pevné izolace, namáhání přenosových struktur atd.

Používá se tehdy, když nelze přijmout předpoklad o konstantní intenzitě jevu. Zejména při popisu komponent, které jsou v období časných poruch nebo v období dožívání (tj. projevuje se mechanické opotřebení nebo únava materiálu). Ve spolehlivosti je toto rozdělení široce využíváno pro popis dob spojených s poruchami i dob nápravné údržby. Rozdělení s parametrem $\beta>1$ umožňuje dobrý popis bezporuchovosti a životnosti objektů, u kterých se výrazně projevuje vliv opotřebení, únavy, koroze a dalších degradačních procesů, intenzita poruch se tedy s časem zvětšuje.

Pro $0<\beta<1$ je toto rozdělení klesající, pro $\beta=1$ je konstantní (zde přechází Weibullovo rozdělení v exponenciální) a pro $\beta>1$ rostoucí (pro $1<\beta<2$ roste konkávně, pro $\beta=2$ lineárně a pro $\beta>2$ konvexně). Weibullovo rozdělení se proto často využívá k modelování vanové křivky. Weibullovo rozdělení pro $0<\beta<1$ dobře vystihuje rozdělení doby do poruchy prvků se skrytými vadami na počátku uvedení do provozu, kdy se projevují výrobní vady. Opravou objektů se okamžitá intenzita poruch s časem snižuje. Naopak, nemá-li prvek skryté vady, ale projevuje-li se vliv opotřebení, únavy, koroze a dalších degradačních procesů, může být popsán Weibullovým rozdělením s $\beta>1$ (často dokonce s $\beta>2$). Pokud je prvek již zaběhlý, neprojevují se na něm výrobní vady a nestárne, popíšeme toto období, které má téměř konstantní intenzitu poruch, Weibullovým rozdělením s parametrem $\beta=1$.

Pro stanovení parametrů α a β, je třeba mít k dispozici daleko více údajů než v případě rozdělení exponenciálního, které je jedno parametrické.

0< β<1	Období časných poruch	λ(t) – klesající funkce
β=1	Období konstantní intenzity	λ(t) =konst. – (exponenciální rozdělení)
1< β<2	Období dožívání	λ(t) – konkávní rostoucí funkce
β=2	Období dožívání	λ(t) – lineárně rostoucí funkce
β>2	Období dožívání	λ(t) – konvexní, rostoucí funkce

Tab. 1. Použití Weibullova rozdělení v závislosti na parametru β [2]

Nevýhoda Weibullova rozdělení s parametrem degradace $\beta > 1$ je, že v čase $t = 0$ je intenzita poruch nulová. Tuto nevýhodu lze odstranit tím, že k intenzitě poruch se přičte konstanta. Intenzita poruch superpozice exponenciálního a Weibullova rozdělení je $h(x) = \lambda + \frac{\beta . x^{\beta-1}}{\alpha}$. Nevýhoda tohoto rozdělení je v obtížnější fyzikální interpretaci jednotlivých parametrů α, β, λ.

5 Censorování dat

[2]

Začneme-li za účelem zjištění charakteristik spolehlivosti v čase t=0 pozorovat určitý systém složený z n prvků stejného typu (majících stejné rozdělení doby do poruchy), klasická statistická situace nastává, jestliže pozorování provádíme, dokud se všechny prvky neporouchají. Výsledkem takovéhoto experimentu je tzv. úplný výběr $X_1, \ldots, X_n$ dob do poruchy, tj. standardní náhodný výběr.

V praxi (zkoušky životnosti složitých systémů, klinické zkoušky, pojišťovnictví) se však často stává, že experiment je ukončen dříve, než dojde k poruše všech jeho prvků. K předčasnému ukončení experimentu vedou většinou ekonomické a časové důvody (dlouhá doba do poruchy u některých prvků, resp. věcné důvody (předem stanovené termíny …). V těchto případech máme k dispozici pouze tzv. neúplné výběry.

5.1 Censorování I. typu (censorování časem)

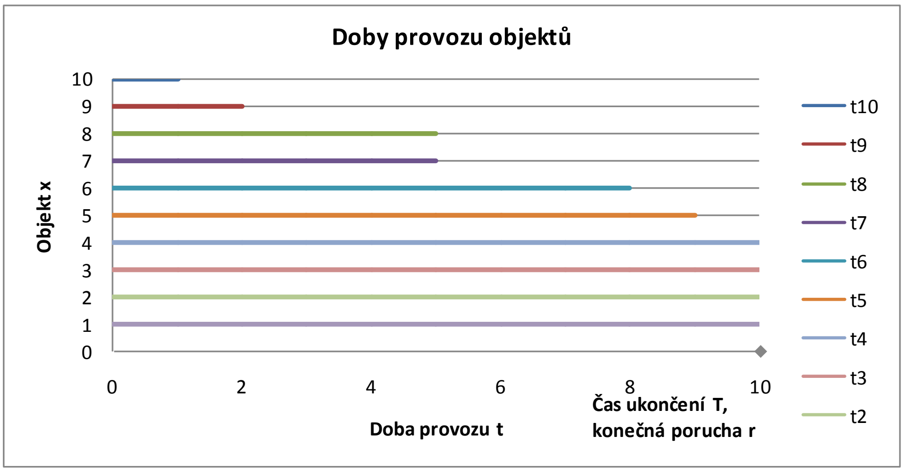
Ke ztrátě dat dochází v tomto případě proto, že doba do poruchy některých prvků překročí dobu experimentu. Doba experimentu T (časový cenzor) je stanovena předem. Počet skutečně pozorovaných poruch je náhodná veličina, která může nabývat hodnot 0, 1, …, n. Nechť $X_{(1)}, \ldots, X_{(n)}$ označuje uspořádaný náhodný výběr $X_1, \ldots, X_n$. Došlo-li během doby T k poruše r prvků, pak výsledkem experimentu je prvních r hodnot pořádkových statistik $X_{(1)} \leq \ldots \leq X_{(r)} \leq T$ a informace o tom, že $X_{(r+1)} > T$.

5.2 Censorování II. typu (censorování poruchou)

V tomto případě se předem definuje ukončení experimentu počtem prvků, u nichž dojde k poruše (r). Na začátku experimentu si stanovíme přirozené číslo r $(r < n)$ a v okamžiku t=0 zahájíme pozorování. Experiment ukončíme ve chvíli, kdy dojde k poruše r-tého prvku. Výsledkem experimentu je potom prvních r hodnot pořádkových statistik $X_{(1)} \leq \ldots \leq X_{(r)}$. Doba trvání experimentu (doba do poruch r-tého prvku) je náhodná veličina $X_{(r)}$.

6 Výpočet kumulované doby

U každého objektu existuje jen jedna platná doba zkoušky (doba života), jmenovitě doba do první události (poruchy). Kumulovaná platná doba zkoušky je v tomto případě, a jen v tomto případě, součtem těchto dob života.



Graf 9. Příklad k výpočtu kumulované doby zkoušky

- Pro censorování <u>ukončené časem</u>, kdy je zkouška ukončená v čase *T*, počet poruch je *r* z celkem *n* objektů, pak se vypočte celková kumulovaná doba zkoušky pro data z grafu 9 takto:

$$\boldsymbol{T^{*} = t_{10} + t_{9} + t_{8} + t_{7} + t_{6} + t_{5} + (n - r) * T} \qquad \textbf{(19)}$$

- Pro censorování <u>ukončené poruchou</u>, kdy je zkouška ukončená r-tou poruchou, je výpočet stejný pouze se čas *T* nahradí časem t_r poslední poruchy. Počet poruch je tedy *r* z celkem *n* objektů, pak se vypočte celková kumulovaná doba zkoušky pro data z grafu tedy… takto:

$$\boldsymbol{T^{*} = t_{10} + t_{9} + t_{8} + t_{7} + t_{6} + t_{5} + (n - r) * t_{r}} \qquad \textbf{(20)}$$

7 Testování jednotlivých rozdělení

Do zkoušky je vložen výběr *n* vzorků. Provozní prostředí musí být pro všechny zkušební vzorky stejné. Na konci období zkoušení nemusejí mít všechny vzorky poruchu. V tomto čase bude existovat celkem *r* zaznamenaných platných dob do poruchy. Doby do poruchy se uspořádají ve vzestupném pořadí hodnot a uspořádaný výběr se označí t_1, t_2 ..., t_n.

Testování se provádí tak, že se nejprve provede test, zda pocházejí data z exponenciálního rozdělení. Pokud vyjde výsledek o konstantnosti poruch kladně, je použito exponenciální rozdělení. Pokud toto neplatí, provede se test, zda data jsou z Weibullova rozdělení.

7.1 Testy na exponenciální rozdělení

7.1.1 Rozsah výběru mezi 4 a 9 poruch (grafický postup)

[3]

Pro takto malý výběr se používá pouze grafický postup. Posloupnost uspořádaných dob do poruchy t_1, t_2 ..., t_n se vynese na lineární stupnici semilogaritmického papíru. Logaritmická stupnice se použije pro pomocnou funkci $F(i,n)$ (vzorec 21), kde *i* je index odpovídající doby poruchy t_i a *n* je rozsah výběru.

$$\boldsymbol{F(i,n) = ln\left(\frac{n+0{,}4}{n-i+0{,}7}\right)} \qquad \textbf{(21)}$$

Jestliže vynesené body této funkce sledují na semilogaritmickém papíru lineární průběh, potom není žádný důkaz pro zamítnutí předpokladu, že je intenzita poruch konstantní. Nemají-li lineární průběh, potom se má tento předpoklad zamítnout.

7.1.2 Rozsah výběru mezi 10 a 40 (numerický postup)

[3]

Vypočte se testová statistika: $$\boldsymbol{\chi^2 = 2\sum_{i=1}^{d} \ln\left(\frac{T^*}{T_i}\right)} \qquad \textbf{(22)}$$

kde T^* je celková kumulovaná doba zkoušky, T_i je kumulovaná doba do i-té poruchy a parametr $d=r-1$, pokud se test provádí v okamžiku vzniku poruchy, jinak je $d=r$.

Vypočtená veličina χ^2 se porovná s teoretickými hodnotami $\chi^2(v)$ pro $v=2d$ stupňů volnosti. Provádí se dvojstranný test na hladině významnosti 10% takto:

jestliže $\chi^2 < \chi^2_{0,05}(v)$ předpoklad konstantní intenzity poruch zamítá. Intenzita poruch se pravděpodobně zvětšuje. Jestliže $\chi^2 > \chi^2_{0,95}(v)$, potom se předpoklad konstantní intenzity poruch rovněž zamítá. Intenzita poruch se pravděpodobně zmenšuje. Jestliže žádná z uvedených nerovností neplatí, předpoklad konstantnosti intenzity poruch se nezamítá.

7.1.3 Rozsah výběru větší než 40 poruch (numerický postup)

[3]

Časový interval se rozdělí na *m* intervalů, kde $m = \sqrt{r}$ zaokrouhleno na vyšší celé číslo. Očekávaný počet poruch *E* v každém intervalu je:

$$\boldsymbol{E = \frac{r}{m}} \qquad \textbf{(23)}$$

Časy jednotlivých intervalů <0; t_1>,<t_2; t_3>, … ,<t_{m-1}; t_m> se spočítají podle vzorce 24, který se získá úpravou vzorce 5 distribuční funkce. A hodnota parametru λ se získá pomocí bodového odhadu $\lambda = \frac{r}{T^*}$.

$$\boldsymbol{t_i = \frac{-\ln(1-\frac{i}{m})}{\lambda}} \qquad \textbf{(24)}$$

Vypočte se testová statistika:

$$\boldsymbol{\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(O_i-E)^2}{E}} \qquad \textbf{(25)}$$

O_i je skutečný počet poruch v i-tém intervalu. Vypočtená hodnota χ^2 se porovná s teoretickou hodnotou $\chi^2(v)$ pro *v=m-1* stupňů volnosti. Provede se jednostranný test na hladině významnosti 10% takto: Jestliže $\chi^2 > \chi^2_{0,90}(v)$, potom se předpoklad konstantnosti intenzity poruch zamítá. Při tomto postupu není možné posoudit, zda se intenzita poruch zvětšuje nebo zmenšuje. Jinak se předpoklad konstantnosti intenzity poruch nezamítá.

7.2 Weibullovo rozdělení

[4]

Všechny doby do poruchy se seřadí ve vzestupném pořadí a vypočte se jejich přirozený logaritmus takto: $ln(t_1) = x_1;\ ln(t_2) = x_2;\ ln(t_3) = x_3; \dots\ ln(t_r) = x_r$ Vypočítají se veličiny l_i pro $i=1$ až $(r-1)$ podle vzorce:

$$\boldsymbol{l_i = \frac{x_{i+1} - x_i}{ln\left[\frac{ln\left(\frac{4(n-i-1)+3}{4n+1}\right)}{ln\left(\frac{4(n-i)+3}{4n+1}\right)}\right]}} \tag{26}$$

Pomocí těchto hodnot se následně vypočte testová veličina H pomocí vzorce:

$$\boldsymbol{H = \frac{\sum_{i=\left\lfloor\frac{r}{2}\right\rfloor+1}^{r-1} \frac{l_i}{\left\lfloor\frac{r-1}{2}\right\rfloor}}{\sum_{i=1}^{\left\lfloor\frac{r}{2}\right\rfloor} \frac{l_i}{\left\lfloor\frac{r}{2}\right\rfloor}}} \tag{27}$$

kde označení $\lfloor x \rfloor$ udává největší celé číslo, které je menší nebo rovno x.

Vypočtená hodnota H se porovná s teoretickou hodnotou F-testu ve tvaru $F_\gamma\left(2\left|\frac{r-1}{2}\right|, 2\left|\frac{r}{2}\right|\right)$. Pokud $H \geq F$, potom se hypotéza na hladině významnosti γ = 100% zamítá a v testování se dále nepokračuje, data nepocházejí z Weibullova rozdělení. Pokud však toto neplatí, neexistuje žádný důkaz, že by data nepocházela z Weibullova rozdělení, a hypotéza se nezamítá.

8 Bodové odhady jednotlivých rozdělení

8.1 Exponenciální rozdělení

[5]

Pro určení bodového odhadu exponenciálního rozdělení je třeba zaznamenat počet poruch *r* a celkovou kumulovanou dobu zkoušky T^*, kterou vypočtu dle vzorců uvedených v kapitole 6. Bodový odhad parametru $\hat{\lambda}$ se poté vypočte pomocí vztahu:

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{T^*}} \quad \textbf{(28)}$$

Pokud nenastane žádná porucha, potom by měla být intenzita poruch nulová, protože žádná součástka nemůže mít nulovou intenzitu poruch.

8.2 Weibullovo rozdělení

Pro určení bodových odhadů je možné použít několik metod. Tyto metody jsou:

- pravděpodobnostní papíry (normální a Weibullův papír),
- metoda momentů,
- metoda maximální věrohodnosti.

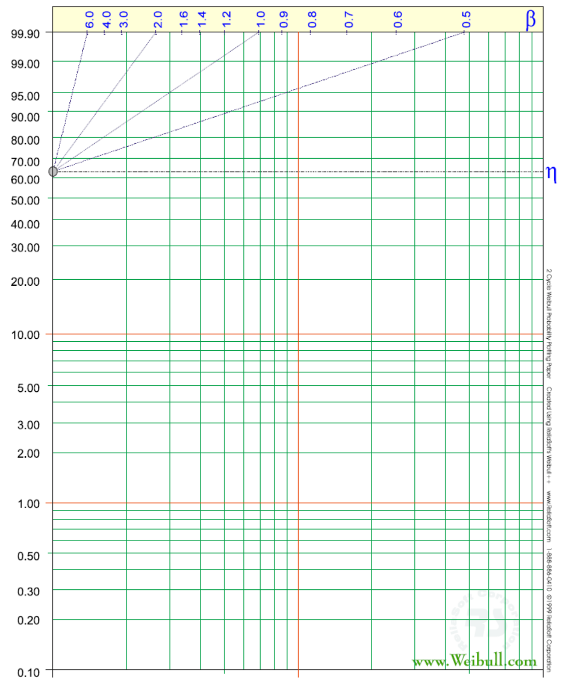
8.2.1 Pravděpodobnostní papíry (normální a Weibullův papír)

[19]

Normální a Weibullův papír je vhodný pro rychlé, ale přibližné určování parametrů rozdělení. Pro normální a logaritmicko-normální rozdělení se používá normální papír. Weibullův papír se využívá k určení parametrů Weibullova rozdělení a exponenciálního rozdělení.

Papíry jsou podobné milimetrovému nebo logaritmickému papíru, které jsou dostupné na internetových stránkách [17]. Osy Weibullova pravděpodobnostního grafu mají speciální měřítka (taková, aby se nelineární kumulativní distribuční funkce transformovala na funkci lineární):

- Na osu x je v logaritmickém měřítku vynášena doba do poruchy.
- Na osu y se vynáší v logaritmickém měřítku kumulativní pravděpodobnost: $F(i,n) = \ln(\frac{n+0,4}{n-i+0,7})$, kde *i* je pořadí pozorování.



Obr. 2. Ukázka Weibullova papíru [17]

Po vynesení empirických dat do tohoto grafu lze určit: (a) zda lze tato data modelovat Weibullovým rozdělením (datové body leží v přímce), (b) zda existují odlehlé hodnoty, (c) jaké zvolit parametry aktuálního Weibullova rozdělení.

8.2.2 Metoda momentů

Vychází se z toho, že výběrové momenty střední hodnoty a rozptylu ze získaných dat se rovnají teoretickým momentům rozdělení. Tato metoda je vcelku jednoduchá, protože se získají dvě rovnice o dvou neznámých.

Máme data o poruchách z Weibullova rozdělení, které má dva parametry α, β. Dále jsou potřeba vzorce pro výpočet střední hodnoty (vzorec 15) a rozptylu (vzorec 16). Střední hodnota a rozptyl je známý, vypočítá se z výběru dat. Podělením rovnic $D(X)$ a $E^2(X)$, získáme jednu rovnici pouze s jedním parametrem β.

$$\frac{\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right)-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}{\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)}-\frac{D(X)}{E^2(X)}=0 \qquad \textbf{(29)}$$

Z této rovnice se poté numericky nebo dosazováním hodnot pomocí tabulek zjistí parametr β. β je většinou v úlohách spolehlivosti v rozmezí od 0,5 do 8. Vypočtená hodnota β se poté dosadí např. do rovnice pro výpočet $E(X)$ a vypočte hodnota α.

8.2.3 Metoda maximální věrohodnosti

Z množiny t_1, t_2, ..., t_n nezávislých náhodných pozorování z rozdělení s hustotami $f_i(t)$ (vzorec 17) získáme věrohodnostní funkci L pro Weibullovo rozdělení jako:

$$\boldsymbol{L(\alpha,\beta,t) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\beta . t_i{}^{\beta-1}}{\alpha^{\beta}} . e^{-\left(\frac{t_i}{\alpha}\right)^{\beta}}} \quad \textbf{(30)}$$

Následně se provede zlogaritmování věrohodnostní funkce a zavede se substituce $\alpha = \alpha^{\beta}$. Pak se získá zlogaritmovaná rovnice v následujícím tvaru:

$$\boldsymbol{\ln L(\alpha,\beta,t) = n.\ln\beta + (\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln t_i - n.\ln\alpha - \frac{1}{\alpha}.\sum_{i=1}^{n}(t_i)^{\beta}} \quad \textbf{(31)}$$

Poté se zderivují rovnice podle jednotlivých parametrů (rovnice 32, 33).

$$\boldsymbol{\frac{\partial \ln L(\alpha,\beta,t)}{\partial\alpha} = 0} \quad \textbf{(32)}$$

$$\boldsymbol{\frac{\partial \ln L(\alpha,\beta,t)}{\partial\beta} = 0} \quad \textbf{(33)}$$

Pomocí těchto výpočtů a rovnic, uvedených v literatuře [2] se získají dvě rovnice, pomocí nichž jsme schopni určit jednotlivé parametry α a β Weibullova rozdělení. Nahrazením parametru α v první rovnici druhou rovnicí, viz. vzorec 34, 36, 38, vznikne rovnice pouze s parametrem β. Postupným dosazováním za parametr β do první rovnice se získá výsledek. V softwaru popsaném v kapitole 10 se zjišťuje hodnota pravé strany pro různé hodnoty parametru β. Hodnoty parametru β jsou vypočítávány v intervalu od 0,1 do 10 s krokem 0,01. Výpočet je ukončen, jestliže hodnota pravé strany je blízká nule. Předpokládá se jediné řešení pro parametr β. Pomocí rovnice 35, 37, 39 a ze znalosti hodnoty parametru β, se poté dopočítá druhý parametr α.

Software uvedený v kapitole 10 rozlišuje 3 příklady, kdy jsou známy data:

1) o poruchách a zkouška je ukončená pevně definovaným časem (censorování časem) – vzorec 34, 35,
2) o poruchách a zkouška je ukončena pevně definovaným počtem poruch (censorování poruchou) – vzorec 36, 37
3) o všech poruchách (úplný výběr) – vzorec 38, 39

Pro censorování I. typu (censorování časem):

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(x_{(i)}\right)^{\beta}.\ln x_{(i)}\right)+(n-r).T^{\beta}.\ln T}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{(i)}\right)^{\beta}+(n-r).T^{\beta}}-\frac{1}{\beta}-\frac{1}{r}\,.\sum_{i=1}^{n}\ln x_{(i)}=0 \tag{34}$$

$$\alpha=\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{(i)}\right)^{\beta}+(n-r).T^{\beta}}{r}\right)^{\frac{1}{\beta}} \tag{35}$$

Pro censorování II. typu (censorování poruchou):

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(x_{(i)}\right)^{\beta}.\ln x_{(i)}\right)+(n-r).x_{(r)}{}^{\beta}.\ln x_{(r)}}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{(i)}\right)^{\beta}+(n-r).x_{(r)}{}^{\beta}}-\frac{1}{\beta}-\frac{1}{r}\,.\sum_{i=1}^{n}\ln x_{(i)}=0 \tag{36}$$

$$\alpha=\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{(i)}\right)^{\beta}+(n-r).x_{(r)}{}^{\beta}}{r}\right)^{\frac{1}{\beta}} \tag{37}$$

Pro úplný výběr:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(x_{(i)}\right)^{\beta}.\ln x_{(i)}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{(i)}\right)^{\beta}}-\frac{1}{\beta}-\frac{1}{n}\,.\sum_{i=1}^{n}\ln x_{(i)}=0 \tag{38}$$

$$\alpha=\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{(i)}\right)^{\beta}}{n}\right)^{\frac{1}{\beta}} \tag{39}$$

Současné statistické softwarové balíky, jako jsou Item Software, Relax software, IsographDirect, umožňují realizaci procedur odhadu parametrů Weibullova (ale i jiných rozdělení) různými metodami. Analýzy bez použití těchto pokročilých prostředků jsou komplikované, protože skutečná data o době do poruchy mohou být směsicí pozorování kompletních (tj. porucha během času testu nastala) a tzv. cenzorových pozorování (tj. porucha během času testu nenastala), což celou analýzu ještě více komplikuje. Pokročilé možnosti vhodně vybraných programových prostředků (např. programy STATISTICA, NCSC, SmithWeibull) přinášejí různé typy testových procedur, souborně označovaných jako analýzy přežití ("survival analysis"), které běžně umožňují pracovat s censorovanými daty. [10]

9 Konfidenční meze exponenciálního rozdělení

[5]

Zkoušky rozdělujeme na:

- ukončené časem bez nahrazování,
- ukončené poruchou.

9.1 Zkoušky ukončené časem bez nahrazování

- Horní mez jednostranného konfidenčního intervalu

$$\lambda_{U1} = \frac{\chi^2_{1-\alpha}(2r+1)}{2T^*} \tag{40}$$

- Dolní mez jednostranného konfidenčního intervalu

$$\lambda_{L1} = \frac{\chi^2_{\alpha}(2r+1)}{2T^*} \tag{41}$$

- Meze dvoustranného konfidenčního intervalu

Dolní mez: $$\lambda_{L2} = \frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(2r+1)}{2T^*} \tag{42}$$

Horní mez: $$\lambda_{U2} = \frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(2r+1)}{2T^*} \tag{43}$$

9.2 Zkoušky ukončené poruchou

- Horní mez jednostranného konfidenčního intervalu

$$\lambda_{U1} = \frac{\chi^2_{1-\alpha}(2r)}{2T^*} \tag{44}$$

- Dolní mez jednostranného konfidenčního intervalu

$$\lambda_{L1} = \frac{\chi^2_{\alpha}(2r)}{2T^*} \tag{45}$$

- Meze dvoustranného konfidenčního intervalu

Dolní mez: $$\lambda_{L2} = \frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(2r)}{2T^*} \tag{46}$$

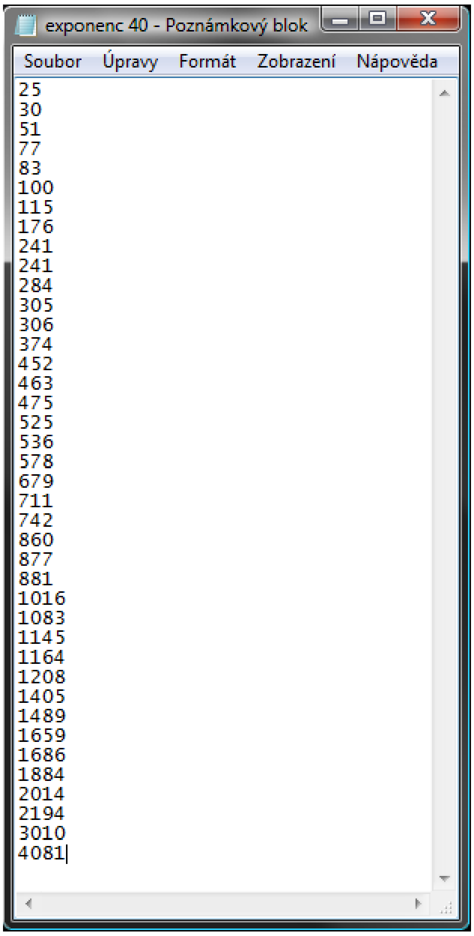
Horní mez: $$\lambda_{U2} = \frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(2r)}{2T^*} \tag{47}$$

10 Program pro určení parametrů rozdělení

10.1 Popis

Tento program slouží k výpočtu bodových odhadů parametrů bezporuchovosti exponenciálního a Weibullova rozdělení. Pro exponenciální rozdělení je to parametr λ a pro Weibullovo parametry α a β. Program byl naprogramován v programovacím jazyce Delphi, programu Borland Delphi 7, jehož zdrojový kód je uveden v kapitole 10.5 a výsledný .exe soubor je v příloze 1. Další soubory celého projektu se zdrojovým kódem jsou v příloze 2.

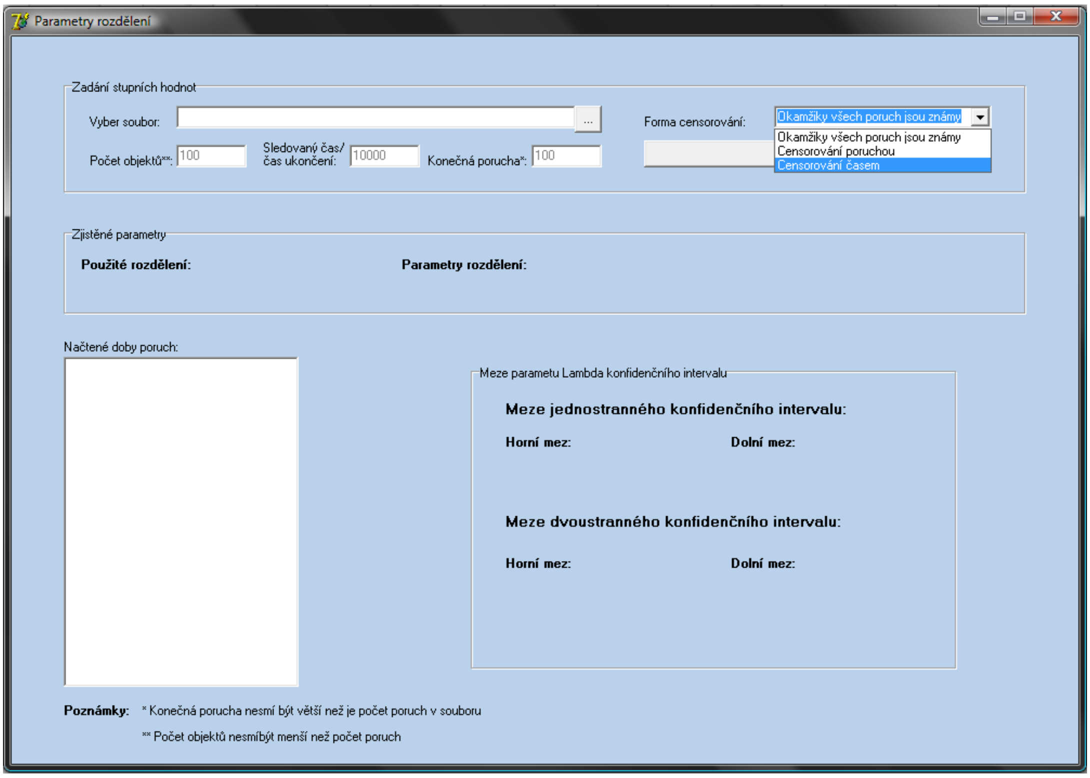
Vstupem pro tento program je textový soubor (příklad takového vstupního souboru je uveden na obrázku 3), v němž jsou na řádcích uvedeny jednotlivé doby do poruchy porouchaných prvků. Dále je potřebné uvést do programu formu censorování dat. Jednotlivé položky censorování jsou popsané v kapitole 10.4. Na zvolené formě censorování jsou potřebné další hodnoty jako sledovaný čas, počet poruch do ukončení zkoušky nebo počet sledovaných objektů.



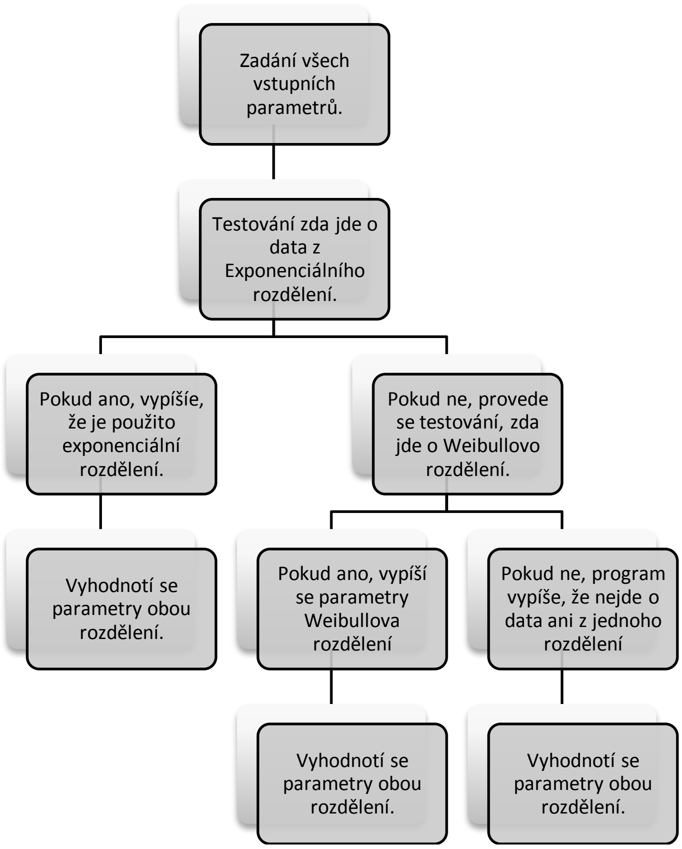
25
30
51
77
83
100
115
176
241
241
284
305
306
374
452
463
475
525
536
578
679
711
742
860
877
881
1016
1083
1145
1164
1208
1405
1489
1659
1686
1884
2014
2194
3010
4081

Obr. 3. Příklad vstupního souboru s poruchami

Náhled na vzhled programu je zobrazen na obrázku 4. Pokud je vybrán vstupní textový soubor, zvolena forma censorování (na výběr jsou 3 možnosti) a doplněny potřebné parametry pro zvolenou formu censorování, které jsou popsané v kapitolách 10.4.1-10.4.3, program podle zadaných dat začne testovat, zda jde o doby do poruchy z exponenciálního rozdělení. Pokud ano, vypíše, že je použito exponenciální rozdělení. Pokud ne, provede se další testování na Weibullovo rozdělení. Pokud program vyhodnotí, že se jedná o data z Weibullova rozdělení, napíše, že se jedná o Weibullovo rozdělení, v jiném případě se vypíše, že se nejedná o data ani z jednoho rozdělení. Nakonec se spočítají jednotlivé parametry λ, α, β obou rozdělení. Stručný průběh programu je zobrazen na obrázku 5.



Obr. 4. Náhled programu



Obr. 5. Stručný popis programu

10.2 Programovací jazyk Delphi

Delphi je integrované grafické vývojové prostředí firmy Borland určené pro tvorbu aplikací na platformě MS Windows v jazyce Object Pascal (objektové nástavbě Pascal). Obsahuje systém RAD (Rapid Application Development), který umožňuje vizuální návrh grafického uživatelského rozhraní, na jehož základě je automaticky vytvářena kostra zdrojového kódu, což výrazně urychluje vývojový cyklus.

Programování v Delphi je z velké části založeno na použití komponent. Komponenta je malý program (balíček funkcí), který vykonává určitou činnost (například zobrazuje text nebo obrázky, přehrává multimédia, komunikuje s databází, zprostředkovává FTP přenos, atd…).

Velkou předností Delphi proti některým konkurenčním produktům jsou knihovny komponent, které jsou jejich součástí (např. VCL, CLX, Indy …). Dodávané komponenty významně usnadňují tvorbu aplikací. Další komponenty lze stáhnout z internetu. V Delphi lze vytvářet i vlastní komponenty.

10.3 Testování softwaru

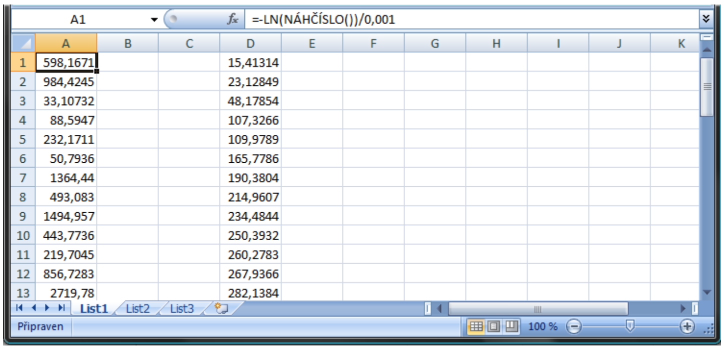
Pro testování funkčnosti programu byla využita data, dob do poruch, vygenerovaná za pomoci tabulkového aplikace Microsoft Office Excel 2007. Byl vždy vygenerován určitý počet poruch pro různé testy při testování rozdělení. Tento různý počet poruch je popsán v kapitole 7.1. Pro výpočet se vycházelo ze vzorců pro výpočet funkce spolehlivosti.

<u>Pro Exponenciální rozdělení</u> $\boldsymbol{R(t) = e^{-\lambda t} \;\rightarrow\; t = \frac{-\ln R}{\lambda}}$

Kde R je číslo od 0 do 1, tudíž lze použít funkci v Excelu NÁHČÍSLO() a za LAMBDA se dosadí nějaké číslo . Výsledný vzorec pro Excel vypadá takto:

=-LN(NÁHČÍSLO())/LAMBDA

Příklad v Excelu pro hodnotu LAMBDA=0,001 zobrazen na obrázku.



A1 =-LN(NÁHČÍSLO())/0,001

	A	B	C	D
1	598,1671			15,41314
2	984,4245			23,12849
3	33,10732			48,17854
4	88,5947			107,3266
5	232,1711			109,9789
6	50,7936			165,7786
7	1364,44			190,3804
8	493,083			214,9607
9	1494,957			234,4844
10	443,7736			250,3932
11	219,7045			260,2783
12	856,7283			267,9366
13	2719,78			282,1384

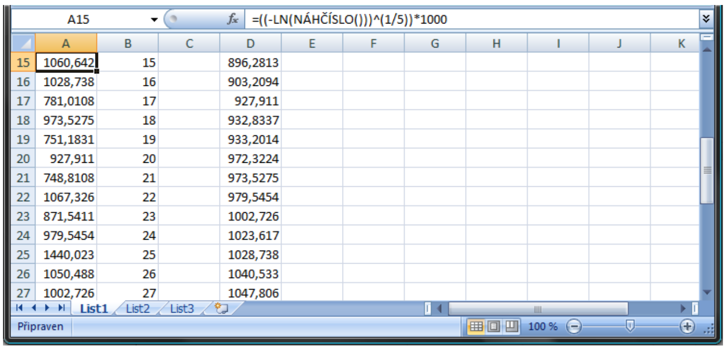
Obr. 6. Příklad generování pro exponenciální rozdělení

<u>Pro Weibullovo rozdělení</u> $\boldsymbol{R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}} \;\rightarrow\; t = \alpha.\sqrt[\beta]{-\ln R}}$

Kde R je číslo od 0 do 1, tudíž lze použít funkci v Excelu NÁHČÍSLO() a za ALPHA a BETA se dosadí nějaké číslo . Výsledný vzorec pro Excel vypadá takto:

=((-LN(NÁHČÍSLO()))^(1/BETA))*ALPHA

Příklad pro hodnoty parametru ALPHA=1000 a BETA=5 je ukázán na obrázku 7.



A15 =((-LN(NÁHČÍSLO()))^(1/5))*1000

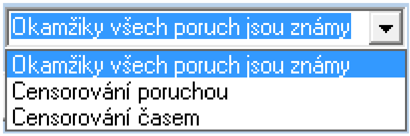
	A	B	C	D
15	1060,642	15		896,2813
16	1028,738	16		903,2094
17	781,0108	17		927,911
18	973,5275	18		932,8337
19	751,1831	19		933,2014
20	927,911	20		972,3224
21	748,8108	21		973,5275
22	1067,326	22		979,5454
23	871,5411	23		1002,726
24	979,5454	24		1023,617
25	1440,023	25		1028,738
26	1050,488	26		1040,533
27	1002,726	27		1047,806

Obr. 7. Příklad generování pro Weibullovo rozdělení

10.4 Volba censorování

V programu je nutné zvolit formu censorování dat. Podle vybraného censorování je poté potřebné znát další parametry. Na výběr jsou tyto 3 druhy censorování:

- okamžiky všech poruch jsou známy,
- censorování poruchou,
- censorování časem.



Obr. 8. Formy censorování v programu

10.4.1 Okamžiky všech poruch jsou známy

Tato forma znamená, že se nám porouchaly všechny objekty, tudíž známe všechny doby do poruchy každého ze sledovaných objektů a celkový čas zkoušky. Při této formě censorování není tedy třeba znát další informace ohledně počtu sledovaných objektů, či času sledování. Při tomto výběru se všechny tyto informace vyčtou ze souboru dob do poruchy.

10.4.2 Censorování poruchou

Při této zkoušce jsou všechny objekty testovány až do okamžiku, dokud nenastane r-tá porucha mezi objekty, pak se zkouška ukončí. Je tedy potřebné zadat navíc informaci o počtu sledovaných objektů a počet poruch, po kterých byla daná zkouška ukončena. Celkový sledovaný čas je poté roven času výskytu r-té poruchy. Více o této formě je uvedeno v kapitole 5.2.

10.4.3 Censorování časem

Při této volbě probíhá zkouška až do nějakého času T, poté je zkouška ukončena. Při této formě censorování je potřebné tedy zadat sledovaný čas zkoušky a také počet sledovaných objektů. Počet poruch si ji program dokáže z dat o poruchách dopočítat sám. Přesná formulace o zkouškách ukončených časem je uvedena v kapitole 5.1.

10.5 Zdrojový kód programu

10.5.1 Úvod programu

unit Unit1;

interface

uses

Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls, Forms, Dialogs, StdCtrls, gammaf, igammaf, normaldistr, chisquaredistr, Math, fdistr, ibetaf;

Zde jsou vypsány knihovny, které Delphi využívá. Pro výpočty v testování rozdělení bylo potřeba přidat další knihovny (*gammaf, igammaf, normaldistr, chisquaredistr, fdistr, ibetaf;*), které byly stažené z internetových stránek []. Jedná se o Gama funkci, normální rozdělení, rozdělení χ^2, F-test, které jsou popsány v kapitole 11.

type

Za značkou *type* jsou vypsány všechny objekty, které se v programu nacházejí. Také jsou tu nadefinovány procedury a funkce. Z důvodu velkého seznamu nejsou v této části uvedeny a jsou uvedeny v příloze zdrojového kódu.

public

pocetpor, pocobj: longint; - proměnné pro uložení počtu poruch

Xpred, Ypred, XYpred, X2, Y2: real; a počtu objektů

exponenc, weibull: boolean; - pro určení zda jde o exponenciální či Weibullovo rozdělení

kumdoba, sledcas: real; - proměnné pro kumulovanou dobu a sledovaný čas

celpor: integer - celkový počet poruch v načteném souboru

end;

var

Form1: TForm1;

Deklarace proměnných, které jsou přístupné pro všechny procedury a funkce, jsou definované v rámci celého programu.

implementation

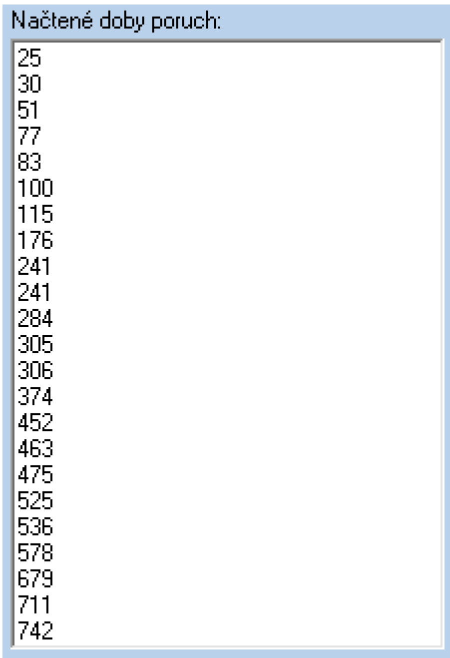
*{$R *.dfm}*

Za touto značkou začíná implementační část, programování funkcí a procedur programu.

10.5.2 Načtení vstupního souboru

```
procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
begin
  if opendialog1.Execute then begin
    edit1.Text:=opendialog1.InitialDir+opendialog1.FileName;
    if edit1.Text='' then showmessage('Nevybral jsi žádný soubor.')
                      else Memo1.Lines.LoadFromFile(edit1.Text);
    celpor:=memo1.Lines.Count;
  end;
end;
```

Tato procedura se spustí, pokud klikneme na tlačítko pro načtení souboru s dobami do poruchy. Po kliknutí se otevře okno pro výběr souboru a doby do poruchy ze souboru zobrazí v levé části programu do "Načtené doby poruch". Příklad pro vstupní soubor z obrázku 3 zobrazen na obrázku 9. Navíc se zde do proměnné *celpor* uloží počet všech poruch, které jsou v načteném souboru.



Obr. 9. Načtené poruchy ze vstupního souboru

10.5.3 Aktivace výpočtu programu

procedure TForm1.Button2Click(Sender: TObject);

Tato procedura je aktivována po stisknutí tlačítka "Vypočti hodnoty" a jsou v ní provedena všechna testování rozdělení a výpočty jednotlivých parametrů či konfidencích intervalů. Poté jsou uvedeny proměnné používané v této proceduře.

var tpor: array[1..9] of real; - zde jsou uloženy doby do poruchy pro test 1-9 poruch

soucetporuch: real; - součet všech dob do poruchy

korel: array[1..9] of real; - korelace poruch pro test 1-9 poruch

test, chi095, chi005, chi09, norm90: real; - testové veličiny

pocetpo: integer; - počet poruch upravený, když jsou 2 stejné (pomocný)

i,j,p:integer; - proměnné pro průchod for cykly

t: real; - časy intervalů při 40 a více poruchách

pocetint, pomocna: integer; - počet intervalů a pomocná proměnná

pravusec: real; - pravděpodobnost poruchy v intervalu

lambda: real; - parametr lambda exponenciálního rozdělení

hmj, dmj, hmd, dmd: real; - konfidenční meze intervalů

H, Hci, Hjm, korekce: real; - veličina H, její čitatel, jmenovatel a korekce

Vysledek, citatel, jmenovatel, Et, Et2, Et22, Dt: real; - pro určení parametrů Weibullova rozdělení

Alpha, Beta: real; - parametry Weibullova rozdělení

pomoc, pomoc2, pomoc3:real; - další pomocné proměnné

begin

10.5.4 Zjištění hodnot pro různé formy censorování

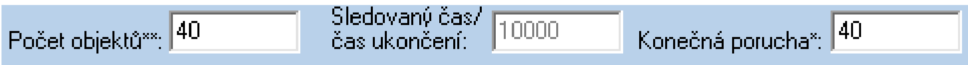
V následující části je proveden výpočet sledovaného času, počtu poruch a počtu objektů, při výběru různé formy censorování.

```
if (combobox1.text=combobox1.Items.Strings[0]) then begin
  pocetpor:=celpor;
  sledcas:=strtofloat(memo1.Lines.Strings[pocetpor-1]);
  pocobj:=celpor;
end;
```

Při volbě “Okamžiky všech poruch jsou známy“, jak je popsáno v kapitole 10.4.1, počet poruch a počet objektů je roven počtu všech poruch načtených ze souboru. Sledovaný čas je roven času výskytu poslední poruchy.

```
if (combobox1.text=combobox1.Items.Strings[1]) then begin
  pocetpor:=strtoint(edit4.Text);
  sledcas:=strtofloat(memo1.Lines.Strings[pocetpor-1]);
  pocobj:=strtoint(edit2.Text);
end;
```

U další volby “Censorování poruchou” (potřebné parametry uvedené v kapitole 10.4.2), ukončuje zkoušku porucha zadaná v kolonce “Konečná porucha”, která se je rovna počtu poruch. Sledovaný čas je roven času výskytu poslední poruchy. Počet objektů je načten z kolonky “Počet objektů”. Příklad zadání pro censorování poruchou a vstupní soubor z obrázku 3 zobrazen na obrázku 10.



Obr. 10. Příklad zadání vstupních parametrů programu

```
if (combobox1.text=combobox1.Items.Strings[2]) then begin
  pocobj:=strtoint(edit2.Text);
  pocetpor:=0;
  for i:=1 to celpor do if
  strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])<=strtofloat(Edit3.text) then inc(pocetpor);
  sledcas:=strtofloat(edit3.Text);
end;
```

U poslední volby “Censorování časem” (potřebné parametry uvedené v kapitole 10.4.3), ukončuje zkoušku čas zadaný v kolonce “Sledovaný čas / čas ukončení”, který se tedy uloží do proměnné *sledcas* a počet poruch se spočítá z počtu poruch, které se vyskytly do tohoto času. Počet objektů je načten z kolonky “Počet objektů”.

Pro další výpočty a censorování bylo třeba vypočítat kumulované doby pro jednotlivé formy censorování. K těmto výpočtům byly použity vzorce 19, 20 z kapitoly 6. Výpočet pro první volbu “Okamžiky všech poruch jsou známy” je pouhý součet jednotlivých dob do poruchy.

soucetporuch:=0; - vypočítaný součet poruch

for i:=1 to pocetpor do soucetporuch:=strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])+ soucetporuch;

Následné uložení kumulované doby do proměnné kumdoba pro jednotlivé formy censorování.

if (combobox1.text=combobox1.Items.Strings[0]) then kumdoba:=soucetporuch;

if (combobox1.text=combobox1.Items.Strings[1]) then kumdoba:=soucetporuch+(pocobj-pocetpor) strtofloat(memo1.Lines.Strings[pocetpor-1]);*

*if (combobox1.text=combobox1.Items.Strings[2]) then kumdoba:=soucetporuch+(pocobj-pocetpor)*strtofloat(edit3.Text);*

exponenc:=true;

Nastavení proměnné *exponenc* na hodnotu *true*, pokud poté při testování nebude splněno, že se jedná o data z exponenciálního rozdělení, nastaví se tato proměnná na hodnotu *false*.

if (pocetpor=0) or (pocetpor>celpor) or (pocobj<pocetpor)then showmessage('Není ani jedna porucha, nebo jsi určil více poruch než je v souboru nebo počet poruch je větší než počet objektů.')

else begin

Pokud nastane některá z předchozích podmínek (počet poruch bude roven nule, počet objektů bude menší než počet poruch nebo počet poruch bude zadán větší než je celkový počet poruch ve vstupním souboru), zobrazí se zpráva, že jsou zadané hodnoty špatně a dále program dále nepokračuje.

10.5.5 Testování exponenciálního rozdělení

Nyní je potřebné provést testování o konstantnosti poruch ve výběru. Jak je patrné z kapitoly 7.1, provádí se testování různými způsoby podle rozsahu výběru poruch. První test proveden pro 4-9 poruch ve výběru a je řešena grafickou metodou popsanou v kapitole 7.1.1, která je převedena na metodu početní, kde lineárnost průběhu funkce je řešena za pomoci korelace. Ostatní metody pro výběr 10-40 poruch a 40 a více poruch jsou řešeny způsoby popsanými v kapitolách 7.1.2 a 7.1.3.

```
if (pocetpor>=4) and (pocetpor<=9) then begin          - kontrola, zda je počet
                                                         poruch mezi 4-9
  korel[1]:=0;  tpor[1]:=strtofloat(memo1.Lines.Strings[0]);
  pocetpo:=pocetpor;           - vložení počtu poruch pro pomocný počet
  j:=1;                         poruch, pro následné odečítání
  for i:=2 to pocetpor do if strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])<>tpor[i-j]
                          then tpor[i-j+1]:=strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])
                          else begin pocetpo:=pocetpo-1; inc(j) end;
```

V tomto cyklu se provádí načtení dob poruch do pole *tpor* a navíc se kontroluje, zda nenastaly některé poruchy ve stejném čase. Pokud nastaly, do pole se uloží pouze jedna z těch poruch a v pomocné proměnné *pocetpo*, která je pro zapsání nové počtu poruch, je poté jedna z těch poruch odečtena.

```
 Xpred:=tpor[1];            - počáteční hodnota na ose x
 Ypred:=Fin(1,pocobj)ů      - počáteční hodnota na ose y
 XYpred:=Xpred*Ypred;       - součin hodnot x a y
 X2:=Xpred*Xpred;           - x^2 počáteční
 Y2:=Ypred*Ypred;           - y^2 počáteční
 for i:=2 to pocetpo do
korel[i]:=Korelace(tpor[i],(tpor[i]+Xpred),(Fin(i,pocobj)+Ypred),i);
```

V tomto cyklu se provádí postupně výpočet korelace pomocí funkce Korelace, která je definována v konečné části programu.

```
  if (1-abs(korel[pocetpo]))>0.20 then exponenc:=false;
 end;
```

Pokud se výsledek korelace neliší od jedné o více jak 0,2, poté se jedná o exponenciální rozdělení. Jinak je hodnota proměnné *exponenc* nastavena na false a tudíž se hypotéza o konstantnosti poruch zamítá a přechází se na část testování, zda jde o Weibullovo rozdělení.

```
if (pocetpor>=10) and (pocetpor<=40) then begin
 test:=0;
  pomoc:=0;
  for i:=1 to pocetpor do begin
    pomoc:=strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])+pomoc;
```

```
    pomoc2:=strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])*(pocobj-i)+pomoc;
    test:=(ln(kumdoba/pomoc2))+test;
  end;
  test:=2*test;
  chi095:=InvChiSquareDistribution(2*pocetpor-2, 0.05);
  chi005:=InvChiSquareDistribution(2*pocetpor-2, 0.95);
  if ((test>chi095) or (test<chi005)) then exponenc:=false;
end;
```

Pokud je počet poruch mezi 10-40, provede se tato vše, co je popsané v kapitole 7.1.2. Vypočte se tedy testová statistika podle vzorce 22. Výsledek je po průběhu přes cyklus for, který representuje sumu, čili posčítání hodnot od 1 do počtu poruch, uložen do proměnné *test*. Do proměnných *chi095* a *chi005* se uloží hodnoty pro 95% a 5% kvantil rozdělení chí-kvadrát (popsané v kapitole 11.3) pro v stupňů volnosti. Ty se porovnávají s výslednou hodnotou v proměnné *test*. Pokud je *test>chi095* nebo je *test<chi005*, hypotéza o konstantnosti poruch se zamítá.

Následuje průběh testování pro 40 a více poruch. Výpočet je popsán v kapitole 7.1.3.

```
if pocetpor>40 then begin
  lambda:=pocetpor/kumdoba;        - výpočet parametru λ
  test:=0;
  if sqrt(pocetpor)>Trunc(sqrt(pocetpor)) then pocetint:= trunc(sqrt(pocetpor))+1
                                 else pocetint:= Trunc(sqrt(pocetpor));
```

Tato podmínka počítá počet intervalů, který je roven $\sqrt{n}$ a zajišťuje, aby výsledná hodnota byla zaokrouhlena k prvnímu většímu celému číslu.

```
  pravusec:=pocetpor/pocetint;          - určení pravděpodobnosti v intervalech
  for i:=1 to pocetint-1 do begin
   t:=(-ln(1-(i/pocetint)))/lambda;     - určuje konečný čas jednotlivých
    pomocna:=0;                           intervalů
    for j:=1 to pocetpor do begin       - výpočet počtu poruch, které nastaly
                                          do času t
     if t>=strtofloat(memo1.Lines.Strings[j-1]) then inc(pomocna);
    end;
```

```
  listbox3.Items.Strings[i-1]:=floattostr(pomocna);        - uloží počty poruch času t
 end;
 listbox3.Items.Strings[pocetint-1]:=inttostr(pocetpor);   - na poslední místo
 for i:=pocetint downto 2 do                               se uloží počet poruch
  listbox3.Items.Strings[i-1]:=floattostr(strtofloat(listbox3.Items.Strings[i-1])-
     strtofloat(listbox3.Items.Strings[i-2]));
```

Tento cyklus se provádí pro určení přesného počtu poruch v jednotlivém intervalu. Do teď byly uloženy všechny poruchy, které nastaly od počátku, až do jednotlivých časů konců intervalů *t*. Průběh bere uložené hodnoty od konce a vždy odečte předchozí hodnotu, která udává počet poruch, které nastaly do počátku intervalu.

```
 for i:=1 to pocetint do test:=(sqr(strtofloat(listbox3.Items.Strings[i-1])-
    pravusec))/pravusec+test;
 chi09:=InvChiSquareDistribution(pocetint-1, 0.1);
 if test>chi09 then exponenc:=false;
end;
```

Provede se už jen výpočet testové statistiky, uložené v proměnné test a porovnání s 90% kvantilem rozdělení chí-kvadrát. Pokud je hodnota v proměnné test menší, hypotéza, že data pocházejí z exponenciálního rozdělení, se zamítá. Pokud není hypotéza zamítnuta, vypíše se, že je použito exponenciální rozdělení, jako je zobrazeno na obrázku 11.

```
if exponenc then begin
 label8.Caption:='Exponenciální rozdělení';                - vypíše, že se použije
 end                                                       exponenciální rozdělení
```

Obr. 11. Výpis exponenciálního rozdělení

10.5.6 Testování Weibullova rozdělení

Pokud nám z testování, zda data jsou z exponenciálního rozdělení, vyjde výsledek, že nejsou, provede se podle algoritmu popsaného na obrázku 5 testování, zda pocházejí data z Weibullova rozdělení. Toto testování se provádí podle kapitoly 7.2, kde se vypočtou jednotlivé veličiny l_i podle vzorce 26 a následně se vypočítá testová statistika H podle vzorce 27. Následně se veličina H porovná s teoretickou hodnotou F-testu (popsán v kapitole 11.4) a pokud je $H \geq F$ hypotéza, že data pocházejí z Weibullova rozdělení, se zamítá.

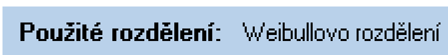
```
else begin
for i:=1 to pocetpor do listbox1.Items[i-1]:=
  floattostr(ln(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])));
for i:=1 to (pocetpor-1) do listbox2.Items[i-1]:=
  floattostr((strtofloat(listbox1.Items[i])-
 strtofloat(listbox1.Items[i-1]))/ln(ln((4*(pocetpor-i1)+3)/(4*pocetpor+1))/
 ln((4*(pocetpor-i)+3)/(4*pocetpor+1))));          -vypočítají se veličiny li
Hci:=0; Hjm:=0;
for i:=(trunc(pocetpor/2)+1) to (pocetpor-1) do
     Hci:=strtofloat(listbox2.Items[i-1])+Hci;
```

V tomto cyklu se spočítá čitatel veličiny H.

```
for i:=1 to (trunc(pocetpor/2)) do Hjm:=strtofloat(listbox2.Items[i-1])+Hjm;
```

Zde je počítán jmenovatel veličiny H.

```
korekce:=trunc((pocetpor-1)/2)/trunc(pocetpor/2);
H:=korekce*Hci/Hjm;
if H<InvFDistribution(2*trunc((pocetpor-1)/2),2*trunc(pocetpor/2), 0.05) then
                                         Weibull:=true          -porovnání veličin
                                      else Weibull:=false;
if Weibull then label8.Caption:='Weibullovo rozdělení'
         else label8.Caption:='Není možno použít Exp. ani Weib. rozdělení';
end;
```



Obr. 12. Výpis Weibullova rozdělení

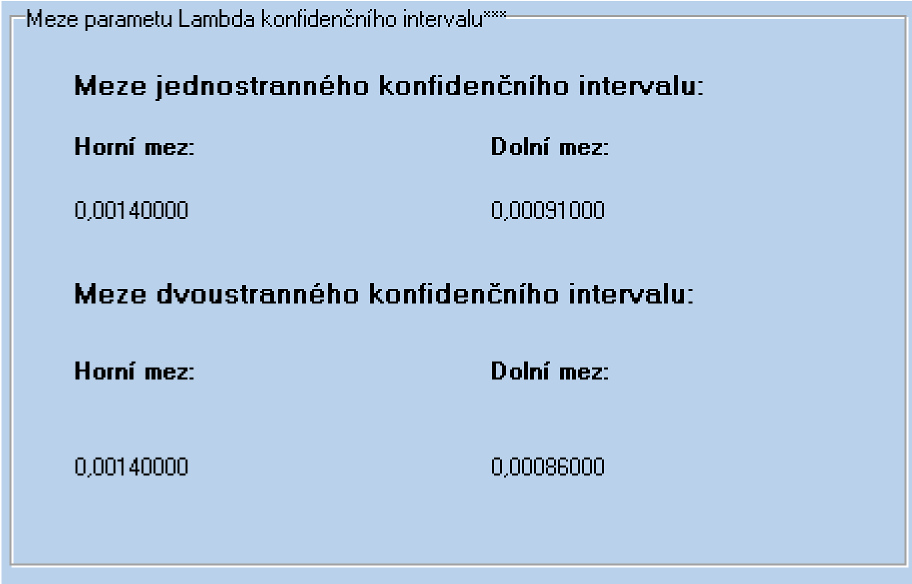
10.5.7 Data pocházejí z exponenciálního rozdělení

```
lambda:=pocetpor/kumdoba;                 - vypočte se parametr λ, podle vzorce 28
label16.Visible:=true;                    a vypíše se jeho hodnota
label15.Visible:=true;
label16.Caption:=floattostr(roundto(lambda, -3));
```

Nyní budou vypsány konfidencí meze intervalů pro $\alpha=0,1$. Pro první 2 formy censorování (Okamžiky všech poruch jsou známy, Censorování poruchou) se konfidenční meze vypočtou podle vzorců v kapitole 9.2. Pro zkoušky ukončené časem se použijí vzorce v kapitole 9.1.

Proměnné *hmj* a *dmj* udávají horní a dolní mez jednostranného konfidenčního intervalu, proměnné *hmd* a *dmd* udávají horní a dolní mez dvoustranného konfidenčního intervalu. Výpis konfidenčních intervalů pro příklad vstupních hodnot z obrázku 3 zobrazen na obrázku 13.

```
 if (combobox1.text=combobox1.Items.Strings[0]) or
(combobox1.text=combobox1.Items.Strings[1]) then begin
   hmj:=InvChiSquareDistribution(2*pocetpor, 0.1)/(2*kumdoba);
   dmj:=InvChiSquareDistribution(2*pocetpor, 0.9)/(2*kumdoba);
   hmd:=InvChiSquareDistribution(2*pocetpor, 0.05)/(2*kumdoba);
   dmd:=InvChiSquareDistribution(2*pocetpor, 0.95)/(2*kumdoba);
 end;
 if (combobox1.text=combobox1.Items.Strings[2]) then begin
   hmj:=InvChiSquareDistribution(2*pocetpor+1, 0.1)/(2*kumdoba);
   dmj:=InvChiSquareDistribution(2*pocetpor+1, 0.9)/(2*kumdoba);
   hmd:=InvChiSquareDistribution(2*pocetpor+1, 0.05)/(2*kumdoba);
   dmd:=InvChiSquareDistribution(2*pocetpor+1, 0.95)/(2*kumdoba);
 end;
 label19.Caption:=floattostrF(hmj, ffFixed, 0, 8);        - výpis jednotlivých mezí
 label23.Caption:=floattostrF(dmj, ffFixed, 0, 8);        intervalů
 label21.Caption:=floattostrF(hmd, ffFixed, 0, 8);
 label25.Caption:=floattostrF(dmd, ffFixed, 0, 8);
```



Obr. 13. Meze konfidenčního intervalu pro parametr λ

10.5.8 Určení parametrů Weibullova rozdělení a ukončení programu

K určení jednotlivých parametrů byla využita metoda maximální věrohodnosti, popsána v kapitole 8.2.3. Výpočet probíhá stejně, pouze jsou použité různé rovnice pro jednotlivé formy censorování, proto je uveden podrobný popis průběhu pouze u první podmínky (Okamžiky všech poruch jsou známy). Pro "Okamžiky všech poruch jsou známy" jsou to rovnice 38, 39, pro "Censorování poruchou" rovnice 36, 37 a pro "Censorování časem" rovnice 34, 35.

```
beta:=0.1;                  - nastavení počátku parametru β, od kterého se začne
                              postupně počítat
if combobox1.text=combobox1.Items.Strings[0] then begin      - pro úplný výběr
 repeat begin
  beta:=beta+0.01;          - se postupně zvětšuje po 0,01 a následně propočítává
  pomoc:=0;
  pomoc2:=0;
  pomoc3:=0;
  for i:= 1 to pocetpor do begin
    pomoc:=(exp(beta*ln(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1]))*
           ln(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1]))) +pomoc;
   pomoc2:=(power(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1]),beta))+pomoc2;
   pomoc3:=(ln(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])))+pomoc3;
```

V proměnných pomoc až pomoc3 jsou uloženy jednotlivé sumy ze vzorce 38.

```
    end;
    citatel:=pomoc;                    - výpočet čitatele vzorce 38
    jmenovatel:=pomoc2;                - výpočet jmenovatele téhož vzorce
    vysledek:=(citatel/jmenovatel)-(1/beta)-(pomoc3/pocetpor);        - vypočten
  end;                                                                  výsledek
  until (abs(vysledek)<=0.05) or (beta>10);    - pokud se výsledek liší od 0
                                                 o 0,05 je cyklus ukončen
                                                 a zjištěna β
  alpha:= power((pomoc2/pocetpor),(1/beta));         - poté je dopočten
end;                                                   parametr α

if combobox1.text=combobox1.Items.Strings[1] then begin
  repeat begin                             - Censorování poruchou
    beta:=beta+0.01;
    pomoc:=0;
    pomoc2:=0;
    pomoc3:=0;
    for i:= 1 to pocetpor do begin
      pomoc:=(exp(beta*ln(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])))*
        ln(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])))+pomoc;
      pomoc2:=(power(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1]),beta))+pomoc2;
      pomoc3:=(ln(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])))+pomoc3;
    end;
    citatel:=pomoc+((pocobj-pocetpor)*
        ln(strtofloat(memo1.Lines.Strings[pocetpor-1]))*
        power(strtofloat(memo1.Lines.Strings[pocetpor-1]),beta));
    jmenovatel:=pomoc2+((pocobj-pocetpor)*
        power(strtofloat(memo1.Lines.Strings[pocetpor-1]),beta));
    vysledek:=(citatel/jmenovatel)-(1/beta)-(pomoc3/pocetpor);
  end;
  until (abs(vysledek)<=0.05) or (beta>10);
  alpha:= power(((pomoc2+((pocobj-pocetpor)*
        power(strtofloat(memo1.Lines.Strings[pocetpor-1]),beta)))/pocetpor),
          (1/beta));
```

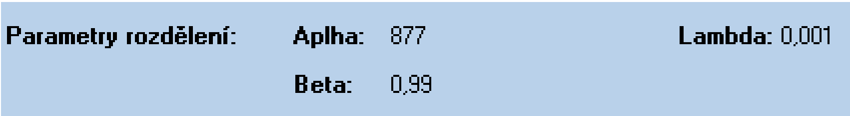
```
end;

if combobox1.text=combobox1.Items.Strings[2] then begin
  repeat begin                                    - Censorování časem
    beta:=beta+0.01;
    pomoc:=0;
    pomoc2:=0;
    pomoc3:=0;
    for i:= 1 to pocetpor do begin
      pomoc:=(exp(beta*ln(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])))*
        ln(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])))+pomoc;
      pomoc2:=(power(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1]),beta))+pomoc2;
      pomoc3:=(ln(strtofloat(memo1.Lines.Strings[i-1])))+pomoc3;
    end;
    citatel:=pomoc+((pocobj-pocetpor)*
        ln(strtofloat(edit3.Text))*power(strtofloat(edit3.Text),beta));
    jmenovatel:=pomoc2+((pocobj-pocetpor)*power(strtofloat(edit3.Text),beta));
    vysledek:=(citatel/jmenovatel)-(1/beta)-(pomoc3/pocetpor);
  end;
  until (abs(vysledek)<=0.05) or (beta>10);
  alpha:= power(((pomoc2+((pocobj-pocetpor)*
      power(strtofloat(edit3.Text),beta)))/pocetpor),(1/beta));
end;
```

Následně se již vypíší pouze jednotlivé parametry α a β a program se ukončí. Pro příklad vstupních hodnot z obrázku 3, jsou zobrazeny všechny vypočtené parametry pro exponenciální a Weibullovo rozdělení na obrázku 14.

```
label2.Visible:=true;
label3.Visible:=true;
label4.Visible:=true;
label5.Visible:=true;
Label5.Caption:=floattostr(roundto(beta,-2));          - Vypíše β
Label4.Caption:=floattostr(roundto(alpha,-2));         - Vypíše α
end;           - Ukončení podmínek ze začátku programu
```

```
end;                - Konec programu
```



Obr. 14. Výpis vypočtených parametrů rozdělení

10.5.9 Pomocné funkce

Ve zbytku programu jsou ještě uvedeny naprogramované funkce pro jednodušší zápis v programu.

Funkce pro výpočet korelace, použita při ověřování, zda jde o data z exponenciálního rozdělení, z rozsahu 4-9 poruch.

```
function TForm1.Korelace(tpor: real; X:double; Y:real; i:integer):real;
var sigmaX, sigmaY, kov:real;
begin
  kov:=((tpor*Fin(i,pocobj)+XYpred)/i)-((X/i)*(Y/i));       - výpočet kovariance
  sigmaX:=((i*(tpor*tpor+X2))-(X*X))/(i*i);                - rozptyl x
  sigmaY:=((i*(Fin(i,pocobj)*Fin(i,pocobj)+Y2))-(Y*Y))/(i*i);   -rozptyl y
  Xpred:=X;
  Ypred:=Y;
  XYpred:=tpor*Fin(i,pocobj)+XYpred;
  X2:=tpor*tpor+X2;                       - hodnota x^2
  Y2:=Fin(i,pocobj)*Fin(i,pocobj)+Y2;     - hodnota y^2
  result:=kov/sqrt(sigmaX*sigmaY);        - navrácení výsledku výpočtu funkce
end;
```

Následná funkce je pro výpočet funkční hodnoty pomocné funkce *F(i,n)* (rovnice 21 uvedená v kapitole 7.1.1).

```
function TForm1.Fin(i,n:integer):real;
begin
  result:=ln((n+0.4)/(n-i+0.7));
end;
```

10.5.10 Zbylé procedury

V této části kódu jsou již pouze uvedeny 2 procedury to nastavení viditelnosti/neviditelnosti či aktivaci/deaktivaci některých prvků v programu.

Procedura při vytvoření formuláře (spuštění programu), kde se nám nastavuje zneviditelnění některých prvků v programu nebo jejich deaktivace.

```
procedure TForm1.FormCreate(Sender: TObject);
begin
  Edit4.Enabled:=false; Edit3.Enabled:=false; Edit2.Enabled:=false;
  label15.Visible:=false; label16.Visible:=false; label2.Visible:=false;
  label3.Visible:=false; label4.Visible:=false; label5.Visible:=false;
end;
```

Následující poslední procedura nastavuje deaktivaci prvků při výběru jednotlivých forem censorování (např. pro "Okamžiky všech poruch jsou známy" jsou deaktivovány políčka pro zadávání konečné poruchy, sledovaného času a počtu objektů).

```
procedure TForm1.ComboBox1Change(Sender: TObject);
begin
  if (combobox1.text=combobox1.Items.Strings[0]) then begin
    Edit4.Enabled:=false;            - pro úplný výběr
    Edit3.Enabled:=false;
    Edit2.Enabled:=false;
  end;
  if (combobox1.text=combobox1.Items.Strings[1]) then begin
    Edit4.Enabled:=true;             - pro ukončené poruchou
    Edit3.Enabled:=false;
    Edit2.Enabled:=true;
  end;
  if (combobox1.text=combobox1.Items.Strings[2]) then begin
    Edit4.Enabled:=false;            - pro ukončené časem
    Edit3.Enabled:=true;
    Edit2.Enabled:=true;
  end;
end;
end.
```

11 Použité pojmy

11.1 Gama funkce

[14]

Gama funkce (někdy také označovaná jako Eulerův integrál druhého druhu) je rozšířením funkce n faktoriál i pro necelá čísla. Používá se v matematice, hlavně pro popis statistických rozdělení.

Gama funkce je definována: $$\boldsymbol{\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt} \qquad (48)$$

11.2 Rozdělení χ^2 (Chí-kvadrát rozdělení)

[6]

Rozdělení χ^2 (chí kvadrát) je rozdělení pravděpodobnosti, které je často využíváno ve statistice. Velký význam má pro určování, zda množina dat vyhovuje dané distribuční funkci. Náhodná veličina X má chí-kvadrát rozdělení s parametrem n (počet stupňů volnosti), jestliže její hustota pravděpodobnosti má tvar:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}} \qquad \text{pro } x > 0 \text{ a } n \in N \qquad (49)$$

$$\boldsymbol{f(x) = 0} \qquad \text{pro } x \leq 0 \qquad (50)$$

Střední hodnota a rozptyl jsou:

$$\boldsymbol{E(X) = n} \qquad (51)$$

$$\boldsymbol{D(X) = 2n} \qquad (52)$$

11.3 Fischer-Schnedecorovo rozdělení (F-test)

[6]

Náhodná veličina X má Fischer-Schnedecorovo rozdělení s parametry n a m (počty stupňů volnosti), jestliže její hustota pravděpodobnosti má tvar:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{\Gamma(\frac{n+m}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})\Gamma(\frac{m}{2})} \left(\frac{n}{m}\right)^{\frac{n}{2}} x^{\frac{n}{2}-1} \left(1 + x\frac{n}{m}\right)^{-\frac{n+m}{2}}} \qquad \text{pro } x > 0, n \in N, m \in N \qquad (53)$$

$$\boldsymbol{f(x) = 0} \qquad \text{pro } x \leq 0 \qquad (54)$$

Střední hodnota existuje, pokud $m > 2$ a je rovna $$\boldsymbol{E(X) = \frac{m}{m-2}} \qquad (55)$$

Rozptyl existuje, pokud $m > 4$ a je roven $$\boldsymbol{D(X) = \frac{2m^2(n+m-2)}{n(m-2)^2(m-4)}} \qquad (56)$$

12 Závěr

Cílem této bakalářské práce je vytvoření softwaru, který řeší bodové odhady parametrů pro exponenciální a Weibullovo rozdělení. Exponenciální a Weibullovo rozdělení je popsáno v kapitole 3 a 4. Navržený software je oproti obdobným programům inovační v následujícím:

- řeší bodové odhady parametrů i pro censorovaná data (kapitola 8),
- řeší konfidenční intervaly bodových odhadů parametrů pro exponenciální rozdělení (kapitola 9),
- testuje, zda výběr dat o poruchách je popsán pomocí exponenciálního rozdělení pomocí testů uvedených v [3],
- testuje, zda výběr dat o poruchách je popsán pomocí Weibullova rozdělení pomocí testů uvedených v [4],

Autorovi této práce nejsou známy obdobné softwary, které zjišťují parametry exponenciálního nebo Weibullova rozdělení a zároveň testující jejich použitelnost. Pro vytvoření softwaru bylo využito programovacího jazyku Delphi.

Výhodou programovacího jazyku Delphi je kompilace zdrojového textu do jednoho spustitelného souboru. Tento spustitelný soubor je přenositelný a spustitelný pro více platforem.

V práci je naznačeno použití i jiných rozdělení, než je exponenciální a Weibullovo, jako např. superpozice exponenciálního a Weibullova rozdělení.

13 Literatura

[1] FUCHS P., VALIŠ D., CHUDOBA J., KAMENICKÝ J., ZAJÍČEK J., *Bezporuchovost a životnost, techniky analýzy bezporuchovosti*. učební text. Liberec. 2005 [cit. 2. prosince 2008].

[2] BRIŠ R., *Inovační metody pro ocenění spolehlivosti prvků a systémů*. Monografie 1. vydání. VŠB-Technická univerzita Ostrava. Ostrava. 2007. ISBN 978-80-248-1596-1 [cit. 2. prosince 2008].

[3] ČSN IEC 60605-6 (01 0644-6) *Zkoušení bezporuchovosti zařízení - Část 6: Testy platnosti předpokladu konstantní intensity poruch nebo konstantního parametru proudu poruch*. ČNI 1998 [cit. 10. prosince 2008].

[4] ČSN IEC 61649 (01 0653) *Testy dobré shody, konfidenční intervaly a dolní konfidenční meze pro data s Weibullovým rozdělením*. ČNI Praha. 1998 [cit. 15. prosince 2008].

[5] ČSN IEC 60605-4 (01 0644) *Zkoušení bezporuchovosti zařízení - Část 4: Statistické postupy pro exponenciální rozdělení – Bodové odhady, konfidenční intervaly, předpovědní intervaly a toleranční intervaly*. ČNI 2002 [cit. 2. prosince 2009].

[6] MAREK L., *Pravděpodobnostní rozdělení v MS Excel*. Vysoká škola ekonomická v Praze. Praha. 2006 [cit. 19. dubna 2009]. Dostupné na WWW: <http://panda.hyperlink.cz/cestapdf/pdf06c6/mares.pdf>.

[7] FUCHS P., VALIŠ D., *Metody analýzy a řízení rizika*. Liberec. 2004 [cit. 21. listopadu 2008].

[8] FUCHS P., *Využití spolehlivosti v provozní praxi*. Technická univerzita v Liberci [cit. 25. listopadu 2008].

[9] BRIŠ R., LITSCHMANNOVÁ M., *Statistika II*. učební text. VŠB-Technická univerzita Ostrava. Ostrava. 2007 [cit. 12. prosince 2008].

[10] NOVOTNÝ R., *Weibullovo rozdělení při analýzách bezporuchovosti*. Ústav mikroelektroniky FEKT VUT Brno. Brno. 2002 [cit. 10. prosince 2008]. Dostupné na WWW: <http://www.elektrorevue.cz/clanky/02017/index.html>.

[11] BOCHKANOV S., BYSTRITSKY V., *AGLIB* [online]. 2009 [cit. 15. ledna 2009]. Dostupné na WWW: <http://www.alglib.net/specialfunctions/>.

[12] WEISSTEIN E. W., Gamma Function. *MathWorld - A Wolfram Web Resource*. 2009 [cit. 10. ledna 2009]. Dostupné na WWW: <http://mathworld.wolfram.com/GammaFunction.html>.

[13] *Delphi* [online]. poslední aktualizace 23. 12. 2008 [cit. 26. dubna 2009]. Dostupné na WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Delphi>.

[14] *Gama funkce* [online]. poslední aktualizace 14. 5. 2009 [cit. 15. května 2009]. Dostupné na WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Gama_funkce>.

[15] MOFFATT N., *Delphi Basics* [online]. 2009 [cit. 15. ledna 2009]. Dostupné na WWW: <http://www.delphibasics.co.uk/>.

[16] RELIASOFT CORPORATION. Weibull++. *Reliasoft* [online]. 2009 [cit. 10. dubna 2009]. Dostupné na WWW: <http://www.reliasoft.com/Weibull/>.

[17] RELIASOFT CORPORATION. Probability Plotting Papers. *Weibull.com* [online]. 2009 [cit. 10. dubna 2009]. Dostupné na WWW: <http://www.weibull.com/GPaper/index.htm>.

[18] *Zabezpečenost a spolehlivost v elektroenergetice*. studijní materiály. Dostupné na WWW: <http://www.powerwiki.cz/wiki/X15ZSE>.

[19] CHUDOBA J., *Zpracování dat o poruchách z provozu*. Technická univerzita v Liberci. Liberec. 2006 [cit. 15. prosince 2008]. Dostupné na: <http://flow.kmo.tul.cz/~www/czech/seminare/2006-03-09-chudoba.pdf>.